



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品 高考复习方案

主编：肖德好



AI智慧教辅



AI时代就该用AI学习
遇到难题快扫我

作业手册
数学
RJB

沈阳出版发行集团

 沈阳出版社

CONTENTS 目录



扫码添加全品伴学师
获取学习服务

作业手册

第1讲	集合	331
第2讲	常用逻辑用语	333
第3讲	等式与不等式	335
第4讲	均值不等式	337
第5讲	一元二次函数、方程和不等式	339
	第1课时 二次函数及其性质	339
	第2课时 一元二次方程、不等式	341
第6讲	函数的概念及其表示	343
第7讲	函数的单调性	345
增分微练1	函数的值域与最值	347
第8讲	函数的奇偶性、对称性	349
第9讲	函数的四性质的应用	351
增分微练2	破解抽象函数的方法	353
第10讲	幂函数、对勾函数与一次分式函数	355
第11讲	指数与指数函数	357
第12讲	对数与对数函数	359
第13讲	函数的图象	361
第14讲	函数与方程	363
第15讲	函数模型及其应用	365
第16讲	导数的概念及其意义、导数的运算	367
第17讲	导数与函数的单调性	369
第18讲	导数与函数的极值、最值	371
增分微练3	利用切线解决最值范围问题	373
增分微练4	构造法在解决函数、导数问题中的应用	374
第19讲	导数与不等式	375
	第1课时 利用导数研究恒(能)成立问题	375
培优专训(一)	必要性探路法之端点效应、极点效应、特殊点效应	377
	第2课时 利用导数证明不等式	379
	第3课时 放缩法证明不等式	381
第20讲	利用导数研究函数的零点	383
培优专训(二)	隐零点问题	385
第21讲	双变量不等式的证明	387
培优专训(三)	函数导数与其他模块交汇问题	389
第22讲	任意角和弧度制、三角函数的概念	391
第23讲	同角三角函数的基本关系式与诱导公式	393
第24讲	两角和与差的正弦、余弦和正切公式	395
第25讲	简单的三角恒等变换	397
第26讲	三角函数的图象与性质	399
第27讲	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 及三角函数模型的应用	401
增分微练5	三角函数中的参数范围问题	404
第28讲	余弦定理、正弦定理	405
第29讲	多三角形背景下解三角形	407
培优专训(四)	解三角形中多变量消元策略	409
第30讲	余弦定理、正弦定理应用举例	411
第31讲	平面向量的概念及其线性运算	413
第32讲	平面向量基本定理及坐标表示	415
第33讲	平面向量的数量积	417
第34讲	平面向量的综合问题	419
第35讲	复数	421
第36讲	数列的概念与简单表示法	423
增分微练6	由数列的递推关系求通项公式 a_n	425
第37讲	等差数列及其前 n 项和	427
第38讲	等比数列及其前 n 项和	429
第39讲	数列求和	431

第40讲	数列的综合问题	433
增分微练7	重构数列问题	435
培优专训(五)	数列与其他知识交汇融合问题	437
第41讲	空间几何体	439
第42讲	空间点、直线、平面之间的位置关系	441
第43讲	直线、平面平行的判定与性质	443
第44讲	直线、平面垂直的判定与性质	445
增分微练8	与球有关的切、接问题	447
第45讲	空间向量及其运算和空间位置关系	449
第46讲	空间角	451
第47讲	空间距离及立体几何中的探索性问题	454
增分微练9	立体几何中的截面、交线问题	457
增分微练10	空间中的动态问题	458
培优专训(六)	立体几何中的融合、交汇问题	459
第48讲	直线的倾斜角与斜率、直线的方程	461
第49讲	两直线的位置关系	463
第50讲	圆的方程	465
第51讲	直线与圆、圆与圆的位置关系	467
第52讲	椭圆	469
第53讲	双曲线	471
第54讲	直线与椭圆、双曲线的位置关系	473
培优专训(七)	椭圆、双曲线中的常见结论及应用	475
第55讲	抛物线	476
第56讲	圆锥曲线热点问题	478
	第1课时 长度、斜率、面积问题	478
	第2课时 最值与范围、证明问题	480
	第3课时 定点、定值、定直线问题	482
培优专训(八)	解析几何运算优化策略	484
培优专训(九)	圆锥曲线中的融合、交汇问题	486
第57讲	随机抽样、统计图表	488
第58讲	用样本估计总体	490
第59讲	成对数据的统计分析	493
第60讲	分类加法计数原理与分步乘法计数原理	496
第61讲	排列与组合	498
第62讲	二项式定理	500
第63讲	随机事件与概率、古典概型	502
第64讲	随机事件的相互独立性与条件概率、全概率公式	504
第65讲	离散型随机变量的分布列、数字特征	506
第66讲	二项分布与超几何分布、正态分布	509
培优专训(十)	统计概率与其他知识的交汇问题	512
参考答案		546

增分加练

请从后翻

重点强化练(一)	不等式的性质与均值不等式	515
重点强化练(二)	函数图象与性质	516
重点强化练(三)	函数零点问题	518
重点强化练(四)	利用导数研究函数的图象和性质	519
重点强化练(五)	导数的综合应用	520
重点强化练(六)	三角恒等变换	522
重点强化练(七)	三角函数的图象与性质	523
重点强化练(八)	解三角形	525
重点强化练(九)	等差数列与等比数列	527
重点强化练(十)	数列递推与数列求和	529
重点强化练(十一)	空间中的平行与垂直	531
重点强化练(十二)	空间中的截面问题、折叠与展开问题	533
重点强化练(十三)	隐圆问题	535
重点强化练(十四)	焦点三角形与离心率	536
重点强化练(十五)	焦点弦	537
重点强化练(十六)	直线与圆锥曲线、圆与圆锥曲线	538
重点强化练(十七)	随机变量及其分布	540
重点强化练(十八)	概率分布中的决策类问题	543

参考答案	611
------	-----

第1讲 集合

基础热身

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 1 < x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x > 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{3\}$ B. $\{2, 3\}$
C. $(2, 3]$ D. $[2, +\infty)$

2. [2025 · 全国一卷] 已知集合 $U = \{x \mid x \text{ 是小于 9 的正整数}\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 则 $\complement_U A$ 中元素个数为 ()

- A. 2 B. 3
C. 5 D. 8

3. [2025 · 辽宁辽西重点高中模拟] 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 2$ B. $a < 2$
C. $a > 2$ D. $a \geq 2$

4. [2025 · 安徽蚌埠二模] 已知集合 $A = \{x \mid 2x - 1 \geq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 > 3x\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $[\frac{1}{2}, +\infty)$
B. $(3, +\infty)$
C. $[\frac{1}{2}, 3)$
D. $(-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

5. [2026 · 山东德州开学考] 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{y \mid y = 2^x, x \in M\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

6. (多选题) 已知非空集合 M, N, P 均为 $\mathbf{R}$ 的真子集, 且 $M \subsetneq N \subsetneq P$, 则 ()

- A. $M \cup P = M$ B. $N \subsetneq (P \cap M)$
C. $\complement_{\mathbf{R}} P \subsetneq \complement_{\mathbf{R}} N$ D. $M \cap \complement_{\mathbf{R}} N = \emptyset$

7. 设全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 \leq x \leq 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \mid x + 2 \in A\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $\complement_U (A \cup B) =$ _____.

8. 设 $a \in \mathbf{R}$, 若集合 $S = \{-1, a, a^2 + 2\}$ 中的最大元素为 3, 则 $a =$ _____.

综合提升

9. 已知集合 $A = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $B = \left\{y \mid y = \frac{l}{4} + \frac{1}{2}, l \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \emptyset$ B. $A = B$
C. $A \subsetneq B$ D. $B \subsetneq A$

班级
姓名

答题卡
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

10. [2026·深圳中学摸底考] 若 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid 2 \leq 2^{2-x} < 8\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid |\log_2 x| > 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 中的元素个数为 ()
- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

11. (多选题) [2025·河南豫北六校5月联考] 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| < 4\}$, 集合 $M = \{-1, 2, a^2\}$, $N = \{-1, 1, 2, a\}$, $P = \{-3, -1, 2, 3\}$, 若 $M \subseteq N$, 则 ()
- A. a 的取值有 3 个
B. $M \cap P = \{-1, 2\}$
C. $P \cup N = \{-3, -1, 0, 1, 2, 3\}$
D. $(\complement_U M) \cap (\complement_U P)$ 所有子集的个数为 4

12. [2025·重庆九龙坡区5月调研] 已知集合 $M = \{x \mid 0 < x < a\}$, $N = \{x \mid x^2 - 6x + 5 < 0\}$, 若 $N \cup M = M$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

13. 学校举办运动会时, 高一(1)班共有 28 名同学参加比赛, 有 15 人参加径赛, 有 8 人参加田赛, 有 14 人参加球类比赛, 有 3 人同时参加径赛和田赛, 有 3 人同时参加径赛和球类比赛, 没有人同时参加三项比赛, 则只参加球类比赛的人数为 _____.

能力拓展

14. (多选题) 已知非空数集 M 具有如下性质:
- ①若 $x, y \in M$, 则 $\frac{x}{y} \in M$; ②若 $x, y \in M$, 则 $x + y \in M$. 下列说法中正确的有 ()
- A. $-1 \in M$
B. $2025 \in M$
C. 若 $x, y \in M$, 则 $xy \in M$
D. 若 $x, y \in M$, 则 $x - y \in M$

15. 设全集 $I = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $A = \{(x, y) \mid x \cos \theta + y \sin \theta - 1 = 0, x, y, \theta \in \mathbf{R}\}$, 则 $\complement_I A =$ _____.

第2讲 常用逻辑用语

基础热身

1. [2025·安徽芜湖二模] 命题“ $\forall x>0, 10^x > \lg x$ ”的否定是 ()

A. $\forall x>0, 10^x \leq \lg x$
 B. $\forall x \leq 0, 10^x \leq \lg x$
 C. $\exists x \leq 0, 10^x \leq \lg x$
 D. $\exists x>0, 10^x \leq \lg x$

2. [2026·辽宁沈阳东北育才学校一模] 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a^2 > 36$ ”是“ $a > 6$ ”的 ()

A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

3. [2025·辽宁大连经开一中期中] 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则使 $a > b$ 成立的一个充分不必要条件是 ()

A. $a+c > b+c$ B. $ac > bc$
 C. $a^2 > b^2$ D. $ac^2 > bc^2$

4. [2025·河北唐山一模] 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$; 命题 $q: \exists x > 0, \ln x < 0$. 则 ()

A. p 和 q 都是真命题
 B. p 是假命题, q 是真命题
 C. p 是真命题, q 是假命题
 D. p 和 q 都是假命题

5. 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, \sin x < a$ ”是假命题, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $(-\infty, -1]$ D. $(-\infty, -1)$

6. (多选题)[2025·辽宁锦州期中] 若 $p: mx+1=0 (m \neq 0)$ 是 $q: x^2+x-6=0$ 的充分不必要条件, 则实数 m 的值可以为 ()

A. 2 B. $-\frac{1}{2}$
 C. $\frac{1}{3}$ D. 3

7. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 设 $p: x < 2, q: x < 5a-3$, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则 a 的取值范围是 _____.

8. [2025·辽宁辽南协作体月考] 若“ $\forall x \in [1, 4], x^2 > m$ ”是假命题, 则实数 m 的取值范围是 _____.

综合提升

9. [2025·北京卷] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 则“函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$ ”是“对任意 $M \in \mathbf{R}$, 存在 $x_0 \in D$, 使得 $|f(x_0)| > M$ ”的 ()

A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件
 D. 既不充分也不必要条件

班级
姓名

答题卡
1
2
3
4
5

6
7
8
9
10

11
12
13
14
15
16

10. [2025·嘉兴二模] “ $m \geq 0$ ”是“圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y + m = 0$ 不经过第三象限”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

11. (多选题)[2026·广东肇庆模拟] 下列命题是真命题的是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x + \frac{1}{x} = -1$
- B. $\exists x > 0, x^2 = 2^x$
- C. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x \geq -1$
- D. $\forall x > 0, \ln x > 0$

12. (多选题)下列命题是真命题的是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 3 > 0$
- B. $\forall x > 0, \log_2 x > 0$
- C. $\exists m \in \mathbf{R},$ 使得 $3^m < 2^m$
- D. $\exists a, b \in \mathbf{R},$ 且 $a > b > 0,$ 使得 $a^{\frac{3}{4}} < b^{\frac{3}{4}}$

13. 已知 $p: \exists x \in \mathbf{R}, 4^x - 2^{x+1} + m = 0$. 若 $\neg p$ 是假命题, 则实数 m 的取值范围是_____.

14. 已知非空集合 $A = \{x \mid y = \lg(x+a) + \lg(a-x)\}, B = \{x \mid \frac{1}{8} < 2^x < 4\}$, 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 则 a 的取值范围是_____.

能力拓展

15. (多选题)[2025·苏北七市二调] 已知函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}, f(x) \geq g(x)$ (当且仅当 $x=0$ 时, 等号成立), 则下列结论可能正确的是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(0),$ 且 $g(x) \leq g(0)$
- B. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(0),$ 且 $g(x) \geq g(0)$
- C. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(0),$ 且 $\exists x_2 \in \mathbf{R}, g(x_2) > g(0)$
- D. $\exists x_1 \in \mathbf{R}, f(x_1) < f(0),$ 且 $\exists x_2 \in \mathbf{R}, g(x_2) > g(0)$

16. [2025·上海普陀区二模] 设 $k \geq 1, k \in \mathbf{N}, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 函数 $y = f(x)$ 的表达式为 $f(x) = 2\sin(kx + \varphi)$, 则对任意的实数 a , 都有 $\{f(x) \mid a < x < a+2\} = \{f(x) \mid x \in \mathbf{R}\}$ 成立的一个充分条件是_____.

第3讲 等式与不等式

基础热身

1. 已知 $P=a^2+3a+2, Q=a+1$, 则 ()
- A. $P<Q$ B. $P\leq Q$
- C. $P>Q$ D. $P\geq Q$

2. 设 $a>b>0, x=\sqrt{a+b}-\sqrt{a}, y=\sqrt{a}-\sqrt{a-b}$, 则 x, y 的大小关系为 ()
- A. $x>y$ B. $x<y$
- C. $x=y$ D. 不确定

3. 下列结论中正确的是 ()
- A. 若 $ab\neq 0$ 且 $a<b$, 则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$
- B. 若 $a>b$, 则 $a^2>b^2$
- C. 若 $a>b, c>d$, 则 $ac>bd$
- D. 若 $a>b$, 则 $a+c>b+c$

4. 设 $a, b, c\in\mathbf{R}, b>c$, 下列不等式恒成立的是 ()
- A. $a+b^2>a+c^2$
- B. $a^2+c<a^2+b$
- C. $ab>ac$
- D. $a^2c<a^2b$

5. [2025·福州部分学校最后一卷] 已知 $-3\leq a+b\leq -2, 1\leq a-b\leq 4$, 则 $3a+b$ 的取值范围是 ()

- A. $[-3, 0]$ B. $[-5, 3]$
- C. $[-5, 0]$ D. $[-2, 5]$

6. (多选题)[2026·重庆模拟] 已知 $a<b<0$, 则下列不等式恒成立的是 ()

- A. $a^2<b^2$ B. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$
- C. $\frac{1}{a^2}<\frac{1}{ab}$ D. $a+\frac{1}{b}<b+\frac{1}{a}$

7. 已知 $-3<a<-2, 2<b<4$, 则 $\frac{b}{a}$ 的取值范围是_____.

8. 李明经营一家水果店, 为增加销量, 李明制定了两种促销方案. 方案一: 一次购买水果的总价达到100元, 顾客就少付 x 元. 方案二: 每笔订单按八折销售. 在促销活动中, 某顾客购买水果的总价为120元, 该顾客通过计算发现选择方案二所付金额不高于选择方案一所付金额, 则 x 的最大值为_____.

综合提升

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

9. 设 a, b, c 的平均数为 M , a 与 b 的平均数为 N , N 与 c 的平均数为 P . 若 $a > b > c$, 则 ()

A. $N < P$ B. $P < M$
C. $N < M$ D. $M + N < 2P$

10. 设 $a = t - \frac{1}{t}$, $b = t + \frac{1}{t}$, $c = t(2 + t)$, 其中 $-1 < t < 0$, 则 ()
- A. $b < a < c$ B. $c < a < b$
C. $b < c < a$ D. $c < b < a$

11. [2026 · 广东惠州一中模拟] 某校高一年级男生人数多于女生人数, 在选科后选报物理方向的人数多于选报历史方向的人数, 则 ()
- A. 选报物理方向的男生多于女生
B. 选报历史方向的女生多于男生
C. 选报物理方向的女生多于选报历史方向的男生
D. 选报物理方向的男生多于选报历史方向的女生

12. (多选题)[2025 · 广东茂名模拟] 下列说法正确的是 ()
- A. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
B. 若 $a < b < 0$, 则 $b^2 < ab < a^2$
C. 若 $a > b > 0$, $\frac{b}{a} > \frac{b+m}{a+m}$, 则 $-a < m < 0$
D. 若 $\frac{|a|}{a^2} > \frac{|b|}{b^2}$, 则 $2^a < 2^b$

13. 若 $a^2 + b^2 = 4$, $b^2 + c^2 = 3$, $c^2 + a^2 = 3$ ($a, b, c \in \mathbf{R}$), 则 $ab + bc + ca$ 的最小值为 _____.

14. 若实数 $x, y, z \geq 0$, 且 $x + y + z = 4$, $2x - y + z = 5$, 则 $M = 4x + 3y + 5z$ 的取值范围是 _____.

能力拓展

15. (多选题)[2025 · 十堰4月调研] 已知 $b < 0$, $a + b = 2$, 则 ()
- A. $a^2 + b^2 < 4$
B. $a(1 - b) > 2$
C. $2^a - 2^{-b} > 3$
D. $2^a + 2^b > 2^{-a} + 2^{-b}$



第4讲 均值不等式

基础热身

1. 若 $x > 0$, 则 $x + \frac{4}{x}$ 的最小值为 ()

- A. 2 B. 3
C. $2\sqrt{2}$ D. 4

2. [2025 · 广东汕头一模] 已知 $a > 0, b > 0, a + b = 4$, 则 ab 的最大值为 ()

- A. 1 B. 2
C. 4 D. 不存在

3. 若 $x > 0$, 则函数 $y = \frac{x^2 + x + 25}{x}$ 的最小值为 ()

- A. 6 B. 7
C. 10 D. 11

4. 已知 $a > 0, b > 0, 2a + b = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{a}{b}$ 的最小值为 ()

- A. 2 B. $\frac{7}{2}$
C. 4 D. 9

5. 下列函数中最小值为 4 的是 ()

- A. $y = x^2 + 2x + 4$
B. $y = |\sin x| + \frac{4}{|\sin x|}$
C. $y = 2^x + 2^{2-x}$
D. $y = \ln x + \frac{4}{\ln x}$

6. 设 $a > b > 0$, 则下列不等式中成立的是 ()

- A. $\frac{2ab}{a+b} > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$
B. $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$
C. $\frac{a+b}{2} > \frac{2ab}{a+b} > \sqrt{ab}$
D. $\frac{2ab}{a+b} > \sqrt{ab} > \frac{a+b}{2}$

7. 已知 $0 < x < \frac{1}{3}$, 则 $x(1-3x)$ 的最大值是 _____.

8. 已知 $a, b > 0$, 满足 $ab = a + b + 3$, 则 ab 的取值范围是 _____.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

综合提升

9. [2025·佳木斯三模] 已知正数 x, y 满足 $2^x \cdot 4^y = 4^{xy}$, 则 $2x + y$ 的最小值是 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. 9
C. $\frac{9}{2}$ D. 13

10. (多选题)[2025·湖北四校模拟] 若正实数 a, b 满足 $2a + b = 1$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $2ab$ 的最大值为 $\frac{1}{4}$
B. $a^2 + b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{4}$
C. $\sqrt{2a} + \sqrt{b}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$
D. $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 9

11. (多选题)[2022·新高考全国 II 卷] 若实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 - xy = 1$, 则 ()

- A. $x + y < 1$
B. $x + y \geq -2$
C. $x^2 + y^2 \geq 1$
D. $x^2 + y^2 \leq 2$

12. 一家货物公司计划租地建造仓库储存货物, 经过市场调查了解到下列信息: 每月土地占地费 y_1 (单位: 万元) 与仓库到车站的距离 x (单位: km) 成反比, 每月库存货物费 y_2 (单位: 万元) 与 x 成正比. 若在距离车站 10 km 处建仓库, 则 y_1 和 y_2 分别为 2 万元和 8 万元, 这家公司应该把仓库建在距离车站 _____ km 处, 才能使两项费用之和最小.

13. 设 x, y 是正实数, 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{x^2}{x+2} + \frac{y^2}{y+1}$ 的最小值是 _____.

能力拓展

14. 已知函数 $f(x) = |\lg x|$, 若 $f(a) = f(b)$ ($a \neq b$), 则当 $2^a \cdot 3^b$ 取得最小值时, $\frac{a}{b} =$ _____.

15. [2025·吉林长春东北师范大学附中模拟] 已知 $\triangle ABC$ 中, C 为锐角, 若 $\tan A + \tan B = \tan C$, 则 $\tan C$ 的取值范围是 _____.

第5讲 一元二次函数、方程和不等式

/ 第1课时 二次函数及其性质 /

基础热身

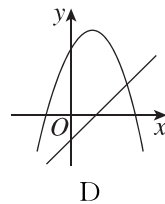
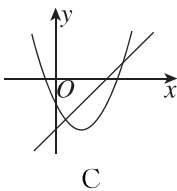
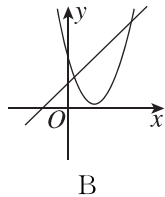
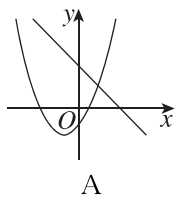
1. 若二次函数 $g(x)$ 满足 $g(1)=1, g(-1)=5$, 且图象过原点, 则 $g(x)$ 的解析式为 ()

A. $g(x)=2x^2-3x$
 B. $g(x)=3x^2-2x$
 C. $g(x)=3x^2+2x$
 D. $g(x)=-3x^2-2x$

2. 已知函数 $f(x)=2x^2-mx+3$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(-\infty, 2)$ 上单调递减, 则 $f(-1)=$ ()

A. -3 B. 13
 C. 7 D. 不确定

3. 已知 $a \neq 0$, 则函数 $y=ax+b$ 和 $y=ax^2+bx+c$ 在同一平面直角坐标系内的图象可以是 ()



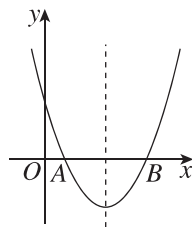
4. 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 的图象与 x 轴的两个交点的横坐标分别为 -5 和 3, 则二次函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 ()

A. $(-\infty, -1]$ B. $[-1, +\infty)$
 C. $(-\infty, 2]$ D. $[2, +\infty)$

5. 如果函数 $f(x)=x^2+bx+c$, 对任意的实数 x , 都有 $f(1+x)=f(-x)$, 那么 ()

A. $f(-2)<f(0)<f(2)$
 B. $f(0)<f(-2)<f(2)$
 C. $f(2)<f(0)<f(-2)$
 D. $f(0)<f(2)<f(-2)$

6. (多选题) [2025·四川眉山一诊] 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(1,0)$, $B(5,0)$, 下列说法正确的是 ()



A. $c<0$
 B. $b^2-4ac<0$
 C. 当 $x=3$ 时, 函数 $y=ax^2+bx+c$ 取得最小值
 D. 图象的对称轴是直线 $x=3$

7. 函数 $f(x)=|x^2-3x+2|$ 的单调递减区间是 _____.

8. 已知函数 $f(x)=x^2-2x$ 在区间 $[-1, n]$ 上的取值范围为 $[-1, 3]$, 则实数 n 的取值范围为 _____.

9. 已知 $f(x)$ 是二次函数, 且满足 $f(0)=2$, $f(x+1)-f(x)=2x+3$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

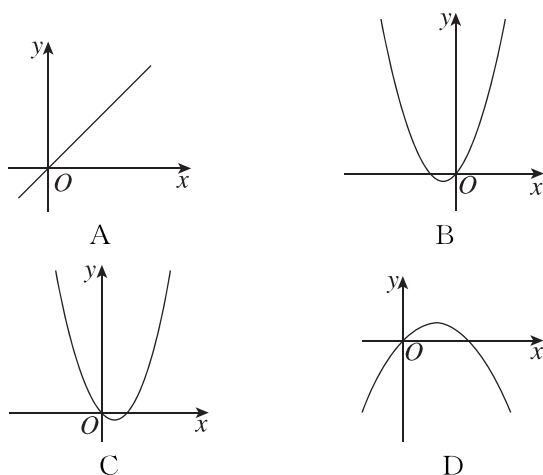
(2) 设函数 $g(x)=f(x)-(2+t)x$, 求 $g(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最小值 $h(t)$ 的表达式.

综合提升

10. 若函数 $f(x) = x^2 - 3x - 4$ 在区间 $(m-3, 2m)$ 上单调递减, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $[\frac{9}{2}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{3}{4}]$
C. $(-3, \frac{3}{4}]$ D. $[\frac{3}{4}, +\infty)$

11. 已知向量 $\overrightarrow{AB} = (ax, -1)$, $\overrightarrow{BC} = (x - ax, 1 - x)$, 则函数 $f(x) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的图象不可能为 ()



12. (多选题) 已知函数 $f(x) = ax^2 - 2bx - 1$, 则下列结论正确的是 ()
- A. 若 $f(x)$ 是偶函数, 则 $b = 0$
B. 若 $f(x) < 0$ 的解集是 $(-1, 1)$, 则 $a^b = 1$
C. 若 $a = 1$, 则 $f(x) > 0$ 恒成立
D. 当 $a \leq 0, b < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增

13. 请写出同时满足下面三个条件的一个函数解析式: $f(x) =$ _____.
- ① $f(1-x) = f(1+x)$; ② $f(x)$ 有两个零点; ③ $f(x)$ 有最小值.

14. 已知函数 $f(x) = 2^{x^2 - kx - 8}$ 在 $[1, 4]$ 上单调, 则实数 k 的取值范围为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = 4^x + a \cdot 2^x$.

(1) 若 $a = -5$, 求不等式 $f(x) \leq -4$ 的解集;
(2) 当 $x \in [-2, 2]$ 时, $f(x)$ 的最小值为 -1 , 求 a 的值.

能力拓展

16. (多选题) 若函数 $f(x) = |x^2 - (m-2)x + 1|$ 在 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ 上单调, 则实数 m 的值可以为 ()

A. -1 B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{5}{2}$ D. 3

17. [2024 · 北京卷] 已知 $M = \{(x, y) | y = x + t(x^2 - x), 1 \leq x \leq 2, 0 \leq t \leq 1\}$ 是平面直角坐标系中的点集. 设 d 是 M 中两点间的距离的最大值, S 是 M 表示的图形的面积, 则 ()
- A. $d = 3, S < 1$
B. $d = 3, S > 1$
C. $d = \sqrt{10}, S < 1$
D. $d = \sqrt{10}, S > 1$

基础热身

1. 不等式 $(2-x)(2x-3) > 0$ 的解集是 ()

A. $\{x \mid x < \frac{3}{2} \text{ 或 } x > 2\}$

B. $\mathbf{R}$

C. $\{x \mid \frac{3}{2} < x < 2\}$

D. $\emptyset$

2. [2025·全国二卷] 不等式 $\frac{x-4}{x-1} \geq 2$ 的解集是 ()

A. $\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$

B. $\{x \mid x \leq -2\}$

C. $\{x \mid -2 \leq x < 1\}$

D. $\{x \mid x > 1\}$

3. 若关于 x 的不等式 $(mx-1)(x-2) > 0$ 的解集为非空集合 $\{x \mid \frac{1}{m} < x < 2\}$, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m > 0$

B. $0 < m < 2$

C. $m > \frac{1}{2}$

D. $m < 0$

4. 若不等式 $ax^2 + 2ax - 4 < 2x^2 + 4x$ 对任意实数 x 均成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $-2 < a < 2$

B. $a < -2$ 或 $a > 2$

C. $-2 < a \leq 2$

D. $a \leq -2$

5. 关于 x 的方程 $x^2 + (a-2)x + 5-a = 0$ 有两根, 其中一根小于 2, 另一根大于 3, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $a < -5$ 或 $a > -4$

B. $-5 < a < -4$

C. $a < -5$

D. $a > -4$

6. (多选题) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 的解集为 $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, 则下列说法正确的是 ()

A. $a < 0$

B. $ax + c < 0$ 的解集为 $\{x \mid x < 3\}$

C. $8a + 4b + 3c < 0$

D. $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集为 $\{x \mid -1 < x < \frac{1}{3}\}$

7. [2026·辽宁沈阳期末] 若函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + a}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 _____.

8. 若关于 x 的不等式 $x^2 - (m+1)x + 9 \leq 0$ 在区间 $[1, 4]$ 上有解, 则实数 m 的最小值为 _____.

9. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$ 且 $c > 1$, 关于 x 的不等式 $bx^2 - 3x + 2 > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > c\}$.

(1) 求 b, c 的值;

(2) 解关于 x 的不等式 $ax^2 - (ac+b)x + bc < 0$.

综合提升

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

10

11

12

13

14

16

17

10. 若关于 x 的不等式 $x^2 - 2ax - 3 < 0$ 对任意 $x \in [0, 2]$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(-\infty, -\frac{1}{4})$ B. $(-\frac{1}{4}, 0)$
C. $(0, \frac{1}{4})$ D. $(\frac{1}{4}, +\infty)$

11. [2025 · 广西南宁二模] 已知函数 $f(x) = 2ax|x-b|$, $a \neq 0$. 若不等式 $a \leq f(x) \leq b$ 的解集为 $\{x | a \leq x \leq 2b\}$, 则 $b =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. $\sqrt{2}$ D. 2

12. (多选题) 若关于 x 的不等式在 $(0, 1)$ 上恒成立, 则该不等式称为单位区间不等式, 则下列不等式是单位区间不等式的有 ()

A. $2x^2 - x < 0$
B. $x + \frac{1}{x} > 2$
C. $x^2 - 2x < 0$
D. $x + \frac{2}{x} > 2\sqrt{2}$

13. 若函数 $y = \lg(c + 2x - x^2)$ 的定义域是 $(m, m+4)$, 则实数 c 的值为_____.

14. [2025 · 渭南二模] 若关于 x 的不等式 $2ax^2 - 4x < ax - 2$ 有且只有一个整数解, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ (a, b 为实数).

(1) 若函数图象过点 $(1, 1)$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $y > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若函数图象过点 $(1, 1)$, 对任意 $a \in [-2, -1]$, $y > 0$ 恒成立, 求实数 x 的取值范围;
(3) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, $y \geq 0$ 恒成立, 当 $b > 0$ 时, 求 $\frac{a+2}{b}$ 的最小值.

能力拓展

16. 已知 $\forall x \in [1, 2], \forall y \in [2, 3], y^2 - xy - mx^2 \leq 0$, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $[4, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$
C. $[6, +\infty)$ D. $[8, +\infty)$

17. (多选题) [2025 · 重庆八中月考] 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = 4$, 且 $(a-2)(b-2)(c-2) = abc$, 则下列结论正确的有 ()

A. $a+b+c=2$
B. $ab+bc+ac=1$
C. a 的最大值为 2
D. a 的最小值为 $-\frac{2}{3}$

第6讲 函数的概念及其表示

基础热身

1. [2026·湖南永州联考] 函数 $f(x) = \log_2(x^2 - 1) + \frac{1}{x+2}$ 的定义域是 ()

A. $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, +\infty)$
 B. $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, +\infty)$
 C. $[-2, -1) \cup (1, +\infty)$
 D. $(-2, -1) \cup (1, +\infty)$

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 10^x, & x < 10, \\ \lg x, & x \geq 10, \end{cases}$ 则 $f[f(100)] =$ ()

A. 10^{10} B. 100
 C. 2 D. 1

3. [2025·山东泰安模拟] 已知集合 $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid y = \sqrt{x^2 - x - 6}\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为 ()
- A. 3 B. 4
 C. 8 D. 9

4. 函数 $y = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0, \\ x + \frac{4}{x}, & x < 0 \end{cases}$ 的值域为 ()

A. $[0, 4]$
 B. $[-4, 0]$
 C. $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$
 D. $(-\infty, -4] \cup [0, +\infty)$

5. (多选题) 已知 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x \leq 0, \\ \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(m) = 3$, 则 m 的值可以是 ()
- A. -2 B. -1
 C. 4 D. 8

6. (多选题) [2026·广东东莞联考] 下列说法正确的是 ()

A. $y = \sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x}$ 与 $y = \sqrt{1-x^2}$ 表示同一个函数
 B. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-3, 1]$, 则函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[-1, 1]$
 C. 函数 $y = x + \sqrt{x-1}$ 的值域为 $[0, +\infty)$
 D. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$,

$$\text{则 } f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{2}{3x} (x \neq 0)$$

7. [2025·安徽黄山二模] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0, \\ f(x+3), & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(-5) =$ _____.

8. [2025·上海华东师范大学第三附属中学月考] 设 $m \in \mathbf{R}$, 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1, \\ x+1, & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(m) < 1$, 则 m 的取值范围为 _____.

综合提升

9. [2025·南昌一模] 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x < 0, \\ 2^x, & x \geq 0, \end{cases}$ 则方程 $f(x) = 8$ 所有的根之和为 ()
- A. 1 B. 2
 C. 5 D. 7

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

10. [2025 · 重庆南开中学月考] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $2f(x+2)+f(1-x)=x^2$, 则 $f(1)=$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

11. [2025 · 河北正定中学期中] 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2(x+3), & x \geq 2, \\ x^2+1, & x < 2, \end{cases}$ 若 $f(a)+f(-a)=29$, 则正实数 a 的值为 ()

- A. 1 B. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
C. 5 D. 6

12. (多选题) 德国数学家狄利克雷是解析数论的创始人之一, 他提出了著名的狄利克雷函数:

$$D(x)=\begin{cases} 1, & x \text{ 是有理数,} \\ 0, & x \text{ 是无理数.} \end{cases}$$

以下对 $D(x)$ 的说法正确的是 ()

- A. $D[D(x)]=1$
B. $D(x)$ 的值域为 $\{0,1\}$
C. 存在 x 是无理数, 使得 $D(x+1)=D(x)+1$
D. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 总有 $D(x+1)=D(-x-1)$

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^3, & x < t, \\ x, & x \geq t, \end{cases}$ 若存在 m 使得关于 x 的方程 $f(x)=m$ 有两个不同的根, 则 t 的取值范围为 ()

- A. $(-1,0) \cup (0,1)$
B. $(-1,0) \cup (1,+\infty)$
C. $(-\infty,-1) \cup (0,1)$
D. $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2(x+1), & x \geq 1, \\ -x, & x < 1, \end{cases}$ 则不等式 $f(1+x)+f(1-x) \geq 3$ 的解集为 _____.

能力拓展

15. [2025 · 辽宁五校期末] 已知符号函数

$$\operatorname{sgn}(x)=\begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases} \quad f(x)=\frac{1}{2}[x -$$

$\operatorname{sgn}(x) \cdot (2x^2+x)]$, 若 $f[f(a)] \leq 2$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

第7讲 函数的单调性

基础热身

1. [2023·北京卷] 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

A. $f(x) = -\ln x$ B. $f(x) = \frac{1}{2^x}$
C. $f(x) = -\frac{1}{x}$ D. $f(x) = 3^{|x-1|}$

2. 函数 $f(x) = \sqrt{-x^2 - 2x}$ 的单调递减区间是 ()

A. $[-1, 0]$ B. $[0, 1]$
C. $[2, +\infty)$ D. $(-\infty, 2]$

3. [2025·辽宁大连育明高级中学模拟] 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 则“ $f(x) > x$ ”是“ $f[f(x)] > x$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数 $y = f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 上满足对任意的 $x_1, x_2 \in (-1, 1)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$, 若 $f(2a - 1) < f(1 - a)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(\frac{2}{3}, +\infty)$ B. $(\frac{2}{3}, 1)$
C. $(0, 2)$ D. $(0, +\infty)$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1, \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -2)$ B. $(-\infty, 0)$
C. $(-3, -2]$ D. $[-3, -2]$

6. (多选题) [2025·福建宁德福鼎四中月考] 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域都为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x) > 0, g(x) > 0, f(x)$ 是减函数, $g(x)$ 是增函数, 则下列说法错误的是 ()

- A. $g(x) + f(x)$ 是增函数
B. $f(x) - g(x)$ 是减函数
C. $f(x)g(x)$ 是增函数
D. $\frac{f(x)}{g(x)}$ 是减函数

7. 已知函数 $f(x) = e^x + 4x + 1, a = f(\ln 4), b = f(\ln 3), c = f(1)$, 则 a, b, c 的大小关系为 _____.

8. 设函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + 3)$ 在 $(2, 3)$ 上单调递减, 则 a 的取值范围是 _____.

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x < 0, \\ -x^2 + bx + c, & x \geq 0, \end{cases}$ 且 $f(1) = 5, f(2) = 6$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 写出 $f(x)$ 的单调递增区间和单调递减区间.

综合提升

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x + 4, & x \leq a, \\ x^2 + 1, & x > a \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 3]$
B. $(-\infty, 3]$
C. $[3, +\infty)$
D. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

班级
姓名

答题卡
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
14
16
17

11. [2025·河北唐山二模] 已知 $a = \log_2 3 + \log_3 2$, $b = \log_4 5 + \log_5 4$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $a > b > 2$ B. $a > 2 > b$
C. $b > a > 2$ D. $2 > a > b$

12. (多选题) 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax^2 - 4x + 3}$, 则下列叙述正确的是 ()

- A. 当 $a = 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上单调递增
B. 当 $a = 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上单调递减
C. 若函数 $f(x)$ 有最大值 2, 则 $a = 1$
D. 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是 $[0, 1]$

13. [2026·海南海口琼山中学月考] 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \sin x$, 则不等式 $f(2x^2 - 1) + f(x) \leq 0$ 的解集为 _____.

14. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调函数, 且 $f[f(x) - 2^x - 2x] = 10$, 则 $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上的最大值为 _____.

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 对任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, 都有 $f(a)f(b) = f(a+b)$. 当 $x < 0$ 时, $f(x) > 1$, 且 $f(0) \neq 0$.

(1) 求 $f(0)$ 的值, 并证明当 $x > 0$ 时, $0 < f(x) < 1$;

(2) 判断 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若 $f(2) = \frac{1}{2}$, 求不等式 $f(5t^2 - 6t) > \frac{1}{16}$ 的解集.

能力拓展

16. [2025·安徽江淮十校 4 月联考] 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 且 $9^x + (x-2) \cdot 3^x = 1, 9^{y-1} + y \cdot 3^y = 9$, 则 $x+y =$ ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

17. (多选题) [2026·辽宁大连二十四中期中] 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对任意实数 x, y , 恒有 $[f(x)+1] \cdot [f(y)+1] = f(x+y)+1$. 若 $f(1) = 1$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) < 0$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(0) = 0$
B. 函数 $f(x)$ 的最小值为 -1
C. $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数
D. 关于 x 的不等式 $f(x) + f(2-x) > 3$ 的解集为 $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$



增分微练 1 函数的值域与最值

基础热身

1. 下列函数中,值域为 $[0, +\infty)$ 的是 ()

A. $y=2^x$ B. $y=x^{\frac{1}{2}}$
C. $y=\tan x$ D. $y=\cos x$

2. 函数 $g(x)=\frac{2x-1}{x}$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的最小值是 ()

A. -1 B. 0
C. -2 D. $\frac{3}{2}$

3. 函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x \in [-1, 0], \\ \frac{1}{x}, & x \in (0, 1] \end{cases}$ 的 ()

A. 最小值为 0, 最大值为 1
B. 最小值为 0, 无最大值
C. 最小值为 0, 最大值为 5
D. 最小值为 1, 最大值为 5

4. 函数 $y=(\frac{1}{2})^{x^2-2x}$ 的值域为 ()

A. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{2}]$
C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $(0, 2]$

5. [2025·湖南长沙芙蓉高级中学模拟] 已知函数 $f(x)=e^x-x$, 则函数 $f(x)$ 的最小值为 ()

A. $\frac{1}{e}$ B. 1
C. $e-1$ D. e

6. [2025·湖北宜荆荆恩四校联考] 已知 $a>1$, 函数 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{4}x^3, & x \leq 2, \\ \log_a x, & x > 2 \end{cases}$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[2, +\infty)$ B. $(1, \sqrt{2}]$
C. $(1, \sqrt{2})$ D. $[\sqrt{2}, +\infty)$

7. 已知 $\min\{a, b\} = \begin{cases} a, & a < b, \\ b, & b \leq a, \end{cases}$ 设 $f(x) = \min\{x+1, -x^2-4x-5\}$, 则函数 $f(x)$ 的值域为_____.

8. 函数 $y=\frac{3-\sin x}{2-\cos x}$ 的值域为_____.

综合提升

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

9. 若函数 $f(x)$ 的值域是 $[\frac{1}{2}, 3]$, 则函数

$F(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ 的值域是 ()

A. $[\frac{1}{2}, 3]$ B. $[2, \frac{10}{3}]$

C. $[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}]$ D. $[\frac{5}{6}, 5]$

10. [2026 · 甘肃武威质检] 若函数 $f(x)$ 的值域为 $(1, 10)$, 则函数 $g(x) = f(x) - 4\sqrt{f(x)-1}$ 的值域为 ()

A. $[-3, -2)$ B. $(-3, -2)$

C. $[-3, 1)$ D. $(-3, 1)$

11. (多选题) 下列说法正确的是 ()

A. 函数 $y = \sqrt{x-1} - \sqrt{x-3}$ 的值域为 $(-\infty, 2]$

B. 函数 $y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$ 的最大值为 2

C. 若函数 $y = \lg(4x^2 + ax + 4)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 $(-\infty, -8] \cup [8, +\infty)$

D. 函数 $y = \frac{\sin x}{2 - \cos x}$ 的最小值为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. 函数 $f(x) = 4^x - 2^{x+1} + 2, x \in [-1, 1]$ 的值域是_____.

13. 函数 $y = x + 4 + \sqrt{9-x^2}$ 的值域为_____.

14. 已知 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\sin 2x - 2\cos^2 2x + 8 \geq m \sin x \cos x$, 则 m 的取值范围为_____.

15. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2\cos \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1, \\ x^2 - 1, & |x| > 1, \end{cases}$ 若 $|f(x) + f(x+l) - 2| + |f(x) - f(x+l)| \geq 2 (l > 0)$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则 l 的最小值为_____.